

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Abschlussprüfung: Mathe für W1

Datum: 10.12.2008

Dauer: 90 Minuten

Aufgaben

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie (mit Rechenweg):

a1) ${}_2 \log(57)$, a2) ${}_5 \log\left(\frac{125}{3}\right) + {}_5 \log(3)$, a3) ${}_8 \log(8^3) + {}_8 \log(64)$ (jeweils 1 Punkt)

b) Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

b1) $\frac{x^3}{x^6(\sqrt[6]{x})^3}$, b2) $\frac{a^2 - b^2}{a + b}$, b3) $\frac{2 \cdot (a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2)}{(a - b)^4}$, b4) $\left(\left(\sqrt{x}\right)^{\frac{11}{4}}\right)^{-3}$ (jeweils 1,5 Punkte)

Aufgabe 2

a) Bestimmen Sie für die Funktion $f(x) = 2^{x^2-7} - 4$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ die Nullstellen und die Schnittpunkte mit der y-Achse (falls vorhanden) (4 Punkte).

b) Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Funktionen $f(x) = \frac{1}{8} \cdot x^2$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ und $g(x) = 2 \cdot x - 1$ $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}$ (4 Punkte).

c) Bestimmen Sie die maximal mögliche Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Ungleichung $\frac{8 \cdot x - 1}{x - 4} > 5$ (6 Punkte).

Aufgabe 3

Eine Firma stellt das Gut X her. Der einzige Produktionsfaktor ist Arbeit. Die Produktionsfunktion lautet: $x = X(l) = 5 \cdot \sqrt{l}$, wobei l die Anzahl der Arbeitsstunden ist. Der Lohn für eine Arbeitsstunde ist $q_l = 11 \text{ €}$. Die Fixkosten betragen $K_f = 60.000,00 \text{ €}$.

Um welche Art von Produktionsfunktion handelt es sich hier? (1 Extrapunkt)

- a) Bestimmen Sie die Kostenfunktion $K(x)$ (4 Punkte).
- b) Das Gut X wird zum Preis von $p_x = 450 \text{ €}$ je Stück verkauft. Erstellen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$, und ermitteln Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge. Wie viele Arbeitsstunden sind erforderlich? (6 Punkte)
- c) Wie hoch ist der Gewinn im Maximum? (1 Punkt)
- d) Bei welcher Produktionsmenge ist der Gewinn gleich 0? (3 Punkte)

Aufgabe 4

Zu seinem 65. Geburtstag soll ein Versicherungskunde seine Lebensversicherung ausgezahlt bekommen. Die Versicherung bietet dem Kunden die folgenden alternativen Auszahlungsmodelle an (Zinssatz 4%):

- (1) Eine lebenslange (unendliche) nachschüssige Rente von 5000,00 € jährlich
- (2) 120.000,00 € sofort
- (3) 60.000,00 € sofort sowie 70.000,00 € in fünf Jahren
- (4) Zehn Jahre lang jeweils 14.500,00 € vorschüssig

Welches Auszahlungsmodell sollte der Versicherungskunde wählen und warum?

(8 Punkte)

Aufgabe 5

Ihnen sind jeweils einige Kennzahlen von arithmetischen Folgen und Reihen gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.

- a) Gegeben: $a_1 = 5$, $d = 1$. Gesucht: a_{12} , s_{12} (2 Punkte)
- b) Gegeben: $a_4 = -44$, $a_5 = -48$. Gesucht: a_1 , d , s_9 (3 Punkte)
- c) Gegeben: $s_{10} = 10$, $a_{10} = 2$. Gesucht: a_1 , d (2 Punkte)

Aufgabe 6

Zeichnen Sie die folgenden Funktionen in ein Diagramm ein:

$f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3$, $g(x) = \frac{1}{3} \cdot (x-1)^3 + 1$, $h(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + 2$, $i(x) = -\frac{1}{3} \cdot x^3 + 1$ (jeweils 2 Punkte)